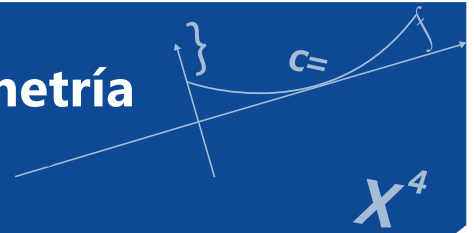


Descripción de la geometría analítica a partir de eventos históricos



Nombre: _____ Curso: _____



Introducción

En el desarrollo de las matemáticas es muy usual encontrarse con muchos problemas, algunos muy diferentes entre ellos; es muy habitual, que en algunos casos, debamos recurrir a diferentes ramas de las matemáticas para dar solución a dichas situaciones. Incógnitas como la de ubicar la posición de una persona a nivel mundial demandan conocimiento geométrico y algebraico; en esta ocasión nos centraremos en el estudio de problemas de este tipo.

Actividad Introdutoria: ¿Y cómo medirlo?



1. Resuelve la siguiente situación problema:

Pedro está enamorado de María y quiere entregarle una carta en donde muestra todo su amor, sin embargo él es muy penoso, esto lo lleva a pedirle ayuda su amigo Juan, al que le solicita entregue la carta a María en donde ella trabaja como cajera, sin embargo Juan no conoce a María por lo que Pedro debe darle indicaciones a Juan para poderla entregar. Sabiendo que María siempre trabaja en la misma caja del supermercado ¿Qué indicaciones debe darle Pedro a Juan para que él pueda entregar la carta a María y no la entregue a otra persona?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

2. Observa la animación y tú ¿Dónde estás?


Olga y Pipe ven una película de acción, en donde el malo delata su ubicación al haber realizado una llamada, esto no termina de convencer a Pipe quien cree que es imposible que esto ocurra en la vida real, Olga propone a Pipe que salgan de esa inquietud preguntándole a su amigo Buksy, quien les explica que este tipo de acontecimientos son posibles y todo ello gracias a las matemáticas y los sistemas coordenados de posición.

Buksy explica que, por ejemplo, para determinar la posición de una persona dentro de una fila, basta con saber su turno, y que este tipo de eventos pueden ser representados sobre una recta numérica, a este sistema de posición se le conoce como sistema coordenado unidimensional; pero también se conocen otros sistemas coordenados como lo es el bidimensional, el cual consiste en una posición que se determina por qué tan arriba o tan abajo se encuentra un objeto con respecto a una recta horizontal y que tan a la izquierda o a la derecha se encuentra de una recta vertical, este último sistema es el que utiliza los GPS para encontrar las personas a nivel mundial; el funcionamiento del sistema GPS se basa en procesos geométricos y algebraicos para determinar las coordenadas de la posición del objeto y es así como se puede encontrar personas como el ladrón en la película de vieron Olga y Pipe.

Objetivos

- Identificar la geometría analítica a partir de eventos significativos en la historia de la matemática.
 - » Categorizar los objetos de estudio de la geometría analítica.
 - » Deducir que es un lugar geométrico a partir de la caracterización de algunos lugares geométricos.
 - » Justificar por qué una línea recta es un lugar geométrico.

Actividad 1: Geometría y Álgebra

 1. Después de observar el video “y tú ¿Dónde estás?”, En conjunto con tus compañeros de clase y con ayuda de tu profesor, responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué es un sistema coordenado unidimensional?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

b. ¿Qué es un sistema coordenado bidimensional?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

c. ¿En qué se diferencian estos dos sistemas?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

d. ¿Qué situaciones necesitan de procesos algebraicos y geométricos para ser solucionados?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

e. ¿Para qué situaciones debo utilizar únicamente Álgebra o Geometría?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

f. Escriba cuál de los siguientes problemas se desarrollan únicamente con Geometría y Álgebra, como también cuales requieren del uso de las dos:

- Dado un triángulo determinar si es escaleno: _____
- Calcular el valor de x si $32+8x-21=0$: _____
- Hallar el punto de intersección entre dos rectas: _____
- Determinar si un polígono es un paralelogramo: _____
- Dado una recta en el plano, determinar su ecuación canónica: _____

g. En relación al punto anterior, ¿qué caracteriza aquellos problemas que para darles solución involucran tanto a la Geometría como el Álgebra?

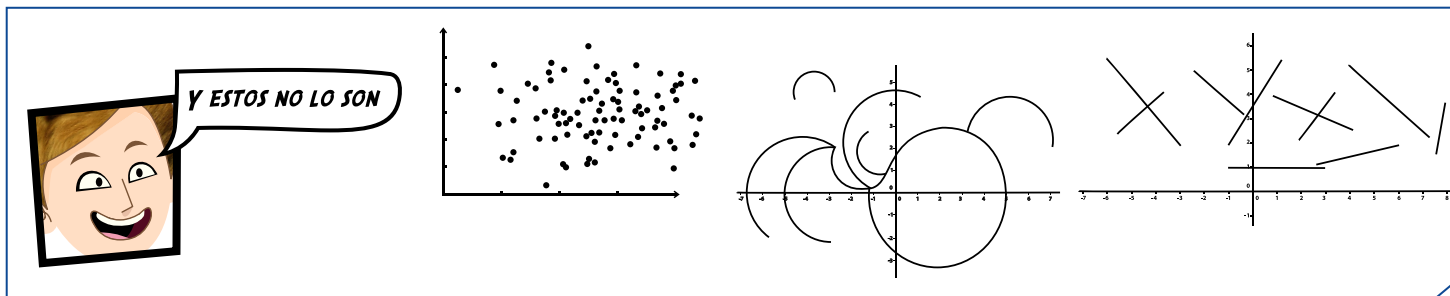
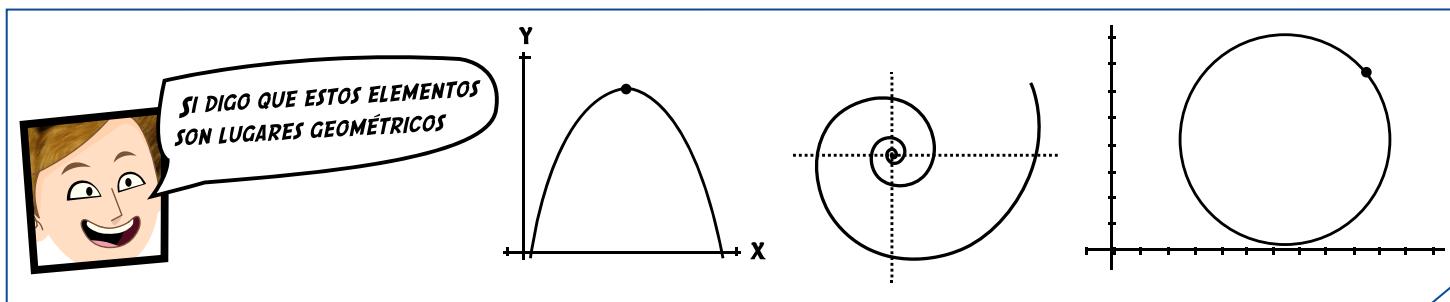
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |

Dentro de las matemáticas se conoce como Geometría Analítica al estudio de aquellos problemas que involucran la Geometría y el Álgebra.

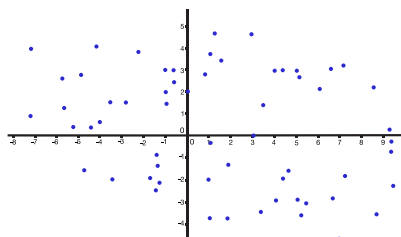
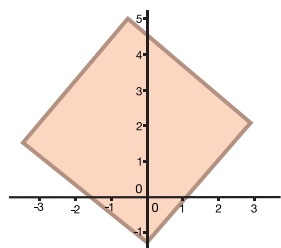
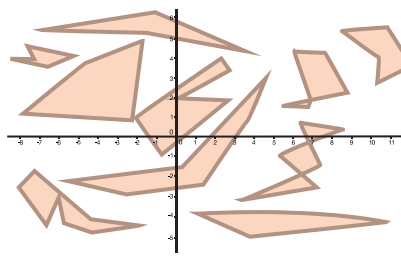
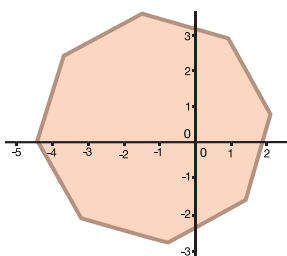
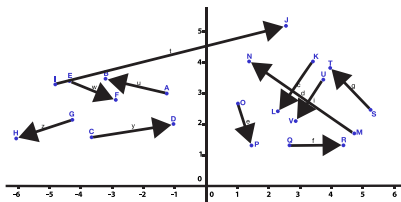
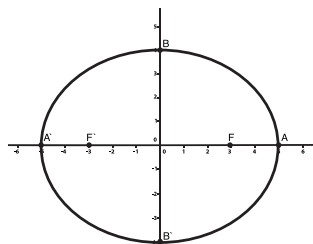
Actividad 2: Elementos de estudio de la Geometría Analítica.



Olga se encuentra algo pensativa al conocer a la geometría analítica, aunque ya sabemos que la Geometría Analítica estudia aquellos problemas en los que es necesario utilizar geometría y Álgebra para ser solucionados, no conocemos cuales son los objetos que estudia, sin embargo para dar respuesta a la inquietud de Olga, Pipe nos propone el siguiente problema.



1. Con lo que nos propone Pipe escribe si cada una de las siguientes imágenes son o no son lugares geométricos.



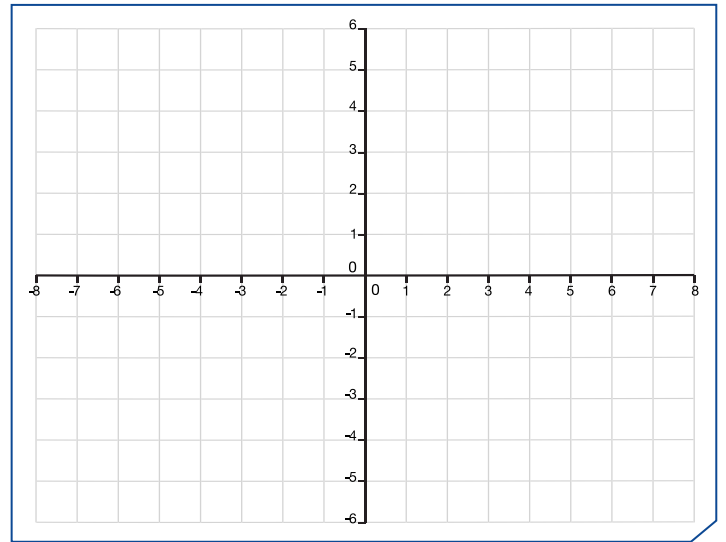
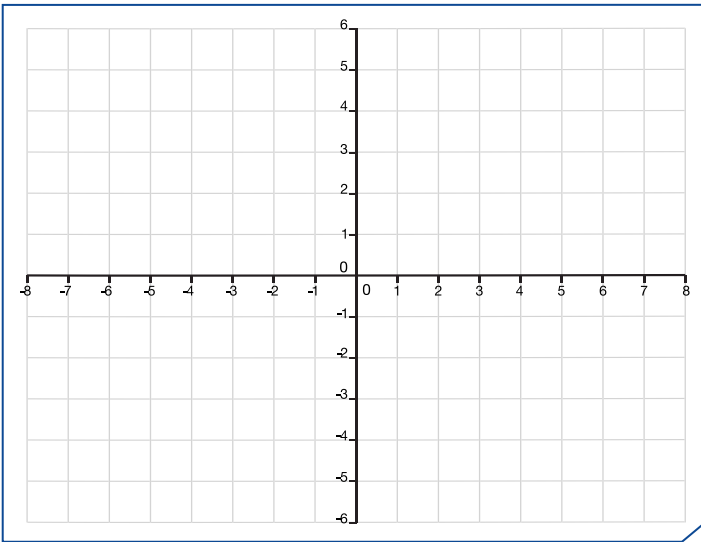
 2. ¿Qué características sirvieron como puente para poder clasificar cada uno de los elementos?

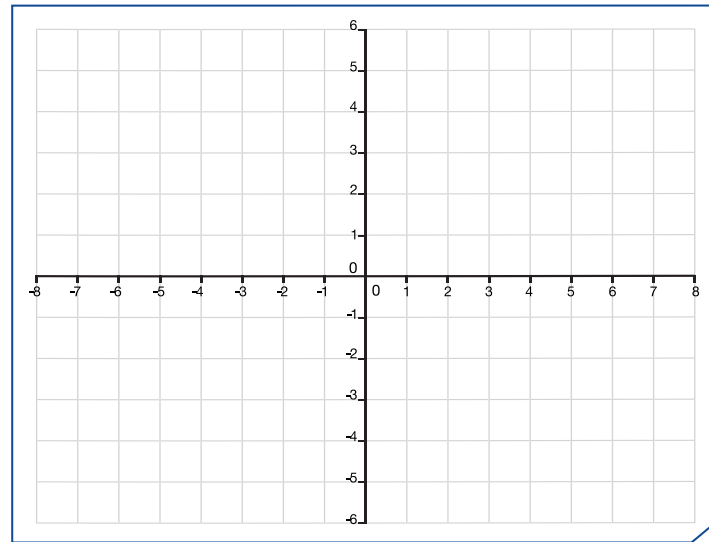
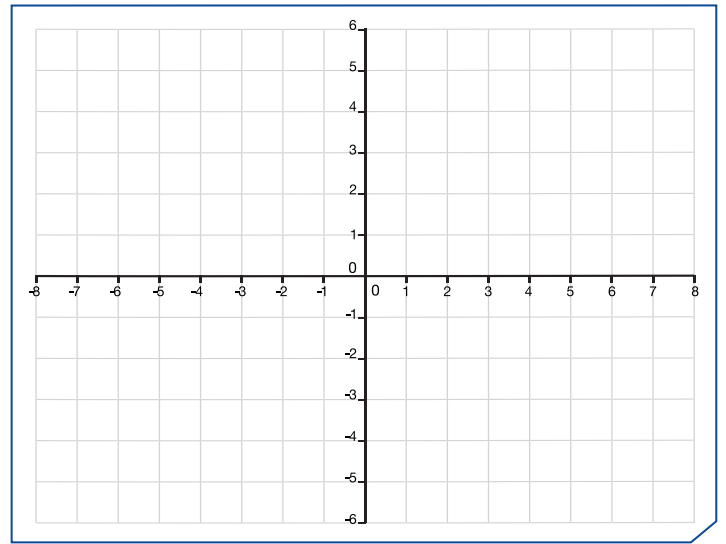
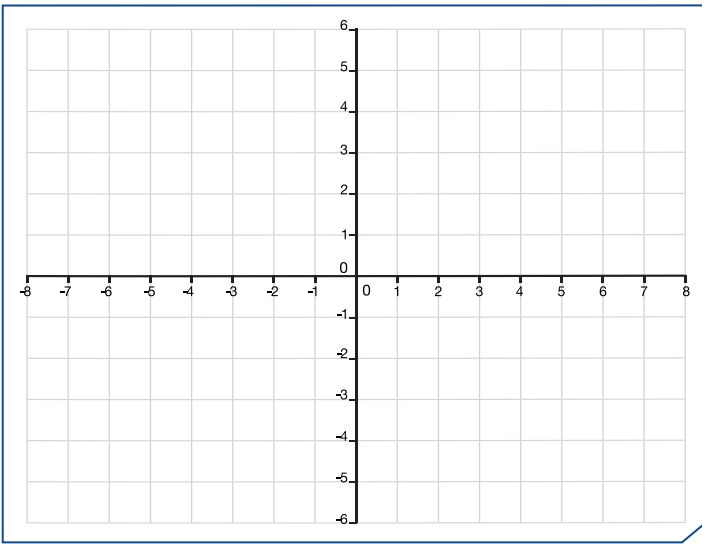
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |

 3. Con relación a la respuesta anterior, ¿cómo se define a un lugar geométrico?

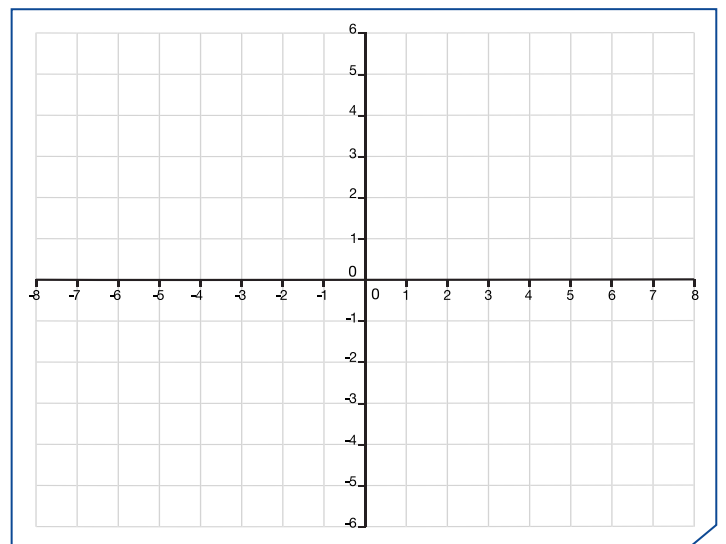
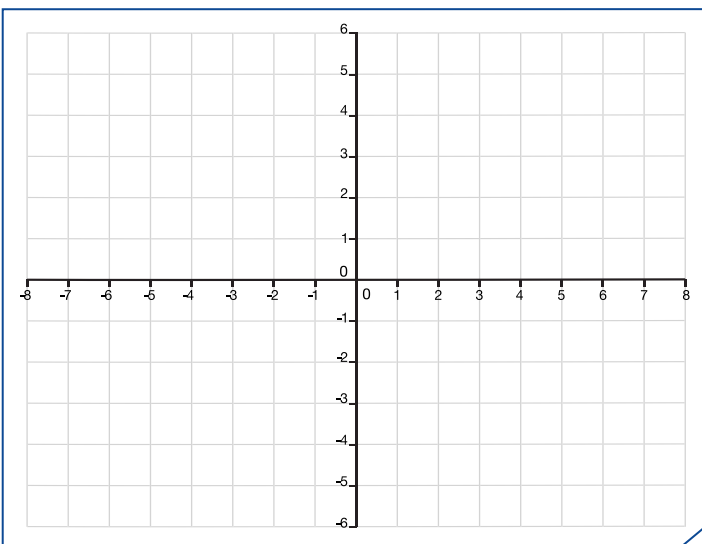
| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |

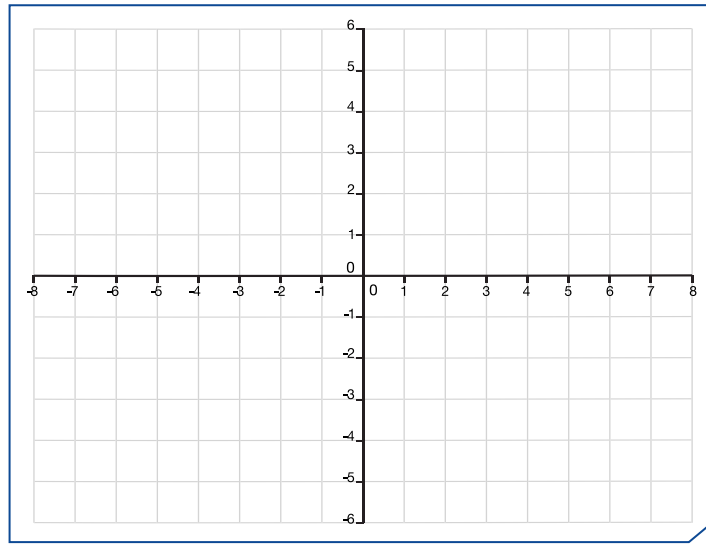
 4. Tomando como base la definición de lugar geométrico, dibuja 5 lugares geométricos diferentes a los vistos anteriormente.





5. Dibuja 3 lugares geométricos en diferentes escalas de tamaño, ¿siguen siendo lugares geométricos?





Actividad 3: Y ¿Qué pasa con las rectas?.

AHORA QUE YA SABES QUÉ ES UN LUGAR GEOMÉTRICO, Y ADEMÁS QUE LAS PROPIEDADES Y RELACIONES ENTRE ELLOS SE PUEDEN VER DESDE LA GEOMETRÍA Y EL ÁLGEBRA Y QUE TODOS ESTOS SON EL ELEMENTO DE ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA, DEBEMOS ESTUDIAR UN LUGAR GEOMÉTRICO EN PARTICULAR.

EMPECEMOS CON LAS RECTAS

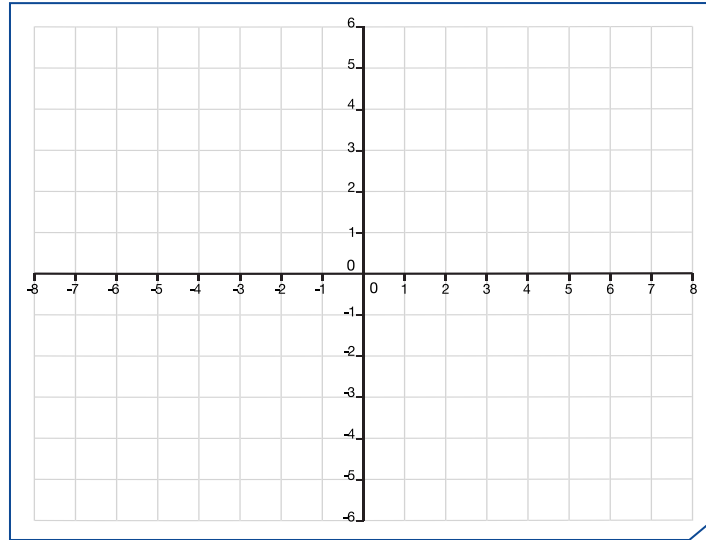
MIREMOS VARIOS CASOS Y DETERMINEMOS SI PARA CADA CASO SE ENCONTRÓ UN LUGAR GEOMÉTRICO

ME PARECE UNA BUENA IDEA

1. De las siguientes ecuaciones, determina cuáles son lugares geométricos:

- a. $x^2 = y$
- b. $x = y$
- c. $3x + 4 = y$
- d. $x^2 + 43x + 2 = 1$

-  2. Dibuja varias rectas en un plano cartesiano, con base en ello da una razón que especifique porqué cualquier recta es un lugar geométrico.



Blank lined area for drawing lines and providing a reason.

-  3. Con ayuda de tus compañeros y la guía del docente determina la razón, algebraica y geométrica por la cual se puede asegurar que una recta es determinada por dos puntos.

Blank lined area for determining the algebraic and geometric reason.

PISTA: reemplaza los valores de los puntos en las ecuaciones de la recta, por medio de un sistema de ecuaciones 2×2 , con esto determina el valor de la pendiente y el valor b de las ecuaciones.

4. Con la guía del docente, determina la pendiente de la recta dados dos puntos, con ella escribe la ecuación de la recta en términos de las coordenadas de los dos puntos.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |

PISTA: Repite un proceso análogo al resuelto en el ítem anterior.

5. Con ayuda de tus compañeros y el docente escribe el proceso algebraico para llegar desde la ecuación general de la recta ($Ax+By+C=0$) a la ecuación canónica ($y=mx+b$), recuerda que A,B,C,m y b son constantes.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |



6. ¿Por qué crees que hay dos ecuaciones para las rectas?


| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |



7. Grafica en el plano cartesiano y encuentra las ecuaciones necesarias para resolver las situaciones problema; para cada ítem completa la siguiente tabla:

| | x | y | Pendiente (<i>m</i>) | Valor (<i>b</i>) | Punto de corte con <i>x</i> | Punto de corte con <i>y</i> |
|----------------|---|---|---------------------------|-----------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Recta 1 (A) | | | | | | |
| Recta 1 (B) | | | | | | |

Para determinar la ubicación de un objeto en el mundo se utiliza un sistema de coordenadas (X,Y), donde X determina la latitud y Y la longitud; uno de los usos habituales es determinar las rutas de vuelo de los aviones, así pues si un avión (A) pasa por las coordenadas (3000,4000) y (6000, 8000) en su ruta de vuelo, la cual determina una recta, y deseo saber si su trayecto pasa por algún lugar común con el otro avión (B) que pasa por las coordenadas (0,2000) y (3000,6000) cuya trayectoria también determina una recta ¿estos trayectos pasan por algún punto en común? ¿sí, no, cuál?, ¿las trayectorias de los aviones son paralelas, perpendiculares ó ninguna de las dos?

 8. De respuesta a las preguntas del problema anterior y recoja los datos de la tabla 1 variando las coordenadas por las que pasan los aviones A y B en cada uno de los siguientes pasos:

1. Avión (A) = (-1000,6000), (2500,-4500)
Avión (B)= (1500,500), (8500,21500)

2. Avión (A) = (80,520), (0,200)
Avión (B)= (0,100), (100,75)

3. Avión (A) = (100,600), (-125,-1200)
Avión (B)= (-100,-400), (-200,-1200)

4. Avión (A) = (100,90), (80,100)
Avión (B)= (100,200), (800,1600)

5. Avión (A) = (200,40), (100,20)
Avión (B)= (100,500), (200,0)

 9. ¿Qué relación encontró para las rectas paralelas?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

 10. ¿Qué relación encontró para las rectas perpendiculares?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

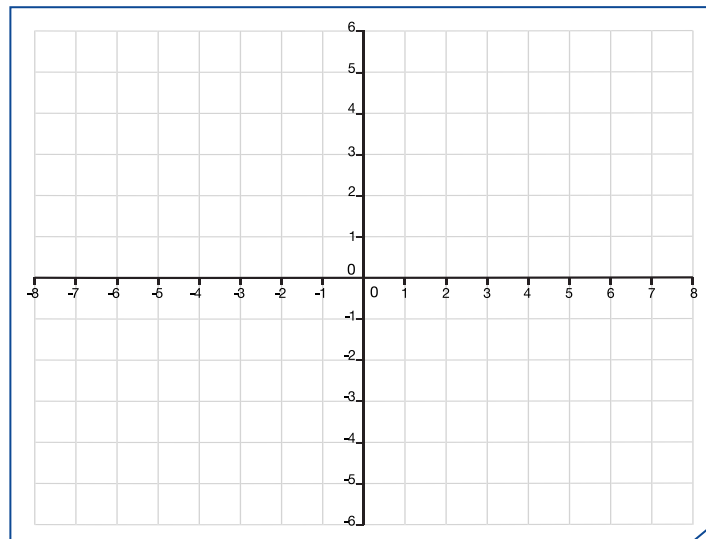


11. ¿Qué otra relación encontró?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |




12. Se desea saber las coordenadas de un aeropuerto que queda exactamente en la mitad del camino que recorre un avión que parte desde la coordenada (500,300) para llegar a la coordenada (-450,-380), grafique la situación problema y marque la coordenada que resulta ser la mitad del camino.



 13. ¿cómo ubicaste este punto?, ¿cuál fue tu método?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

 14. ¿Habrá alguna fórmula algebraica que nos lleve a resolver este problema?, ¿cuál?. Discute la respuesta a la pregunta con tus compañeros y tu profesor, también formula un algoritmo para calcular el punto medio entre dos puntos con coordenadas conocidas.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

 15. Con esta nueva fórmula calcula las coordenadas de los puntos medios de estas rutas de avión.


a) $(0,100), (100,75)$ _____

b) $(-100,-400), (-200,-1200)$ _____

c) $(100,200), (800,1600)$ _____

d) $(100,500), (200,0)$ _____

Otras preguntas comunes sobre este contexto es: ¿cuál es la distancia que tienen que recorrer los aviones en sus diferentes vuelos? Y ¿cómo saber la distancia recorrida por un avión en un trayecto, conociendo únicamente las coordenadas del lugar de llegada y salida? Para responder estas preguntas es necesario, saber que las coordenadas que tiene cada sitio en el mundo son medidas con valores de latitud y longitud a las que llamaremos coordenadas (x,y) , por cada unidad de estas coordenadas un avión se desplaza una cantidad de kilómetros.

 16. Asumiendo que cada unidad de desplazamiento corresponde a un kilómetro responde las siguientes preguntas:

a. ¿Cuántas unidades se desplazó un avión que parte de las coordenadas $(1500,500)$ para llegar a las coordenadas $(1500,21500)$?

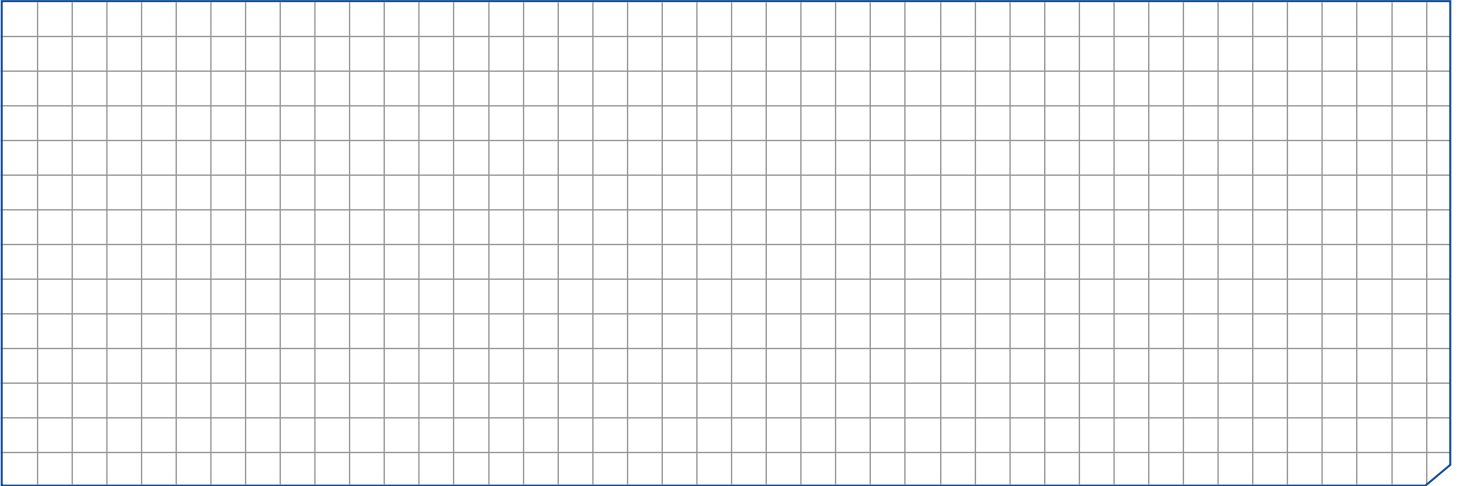
PISTA: Representa primero el problema en un plano cartesiano.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

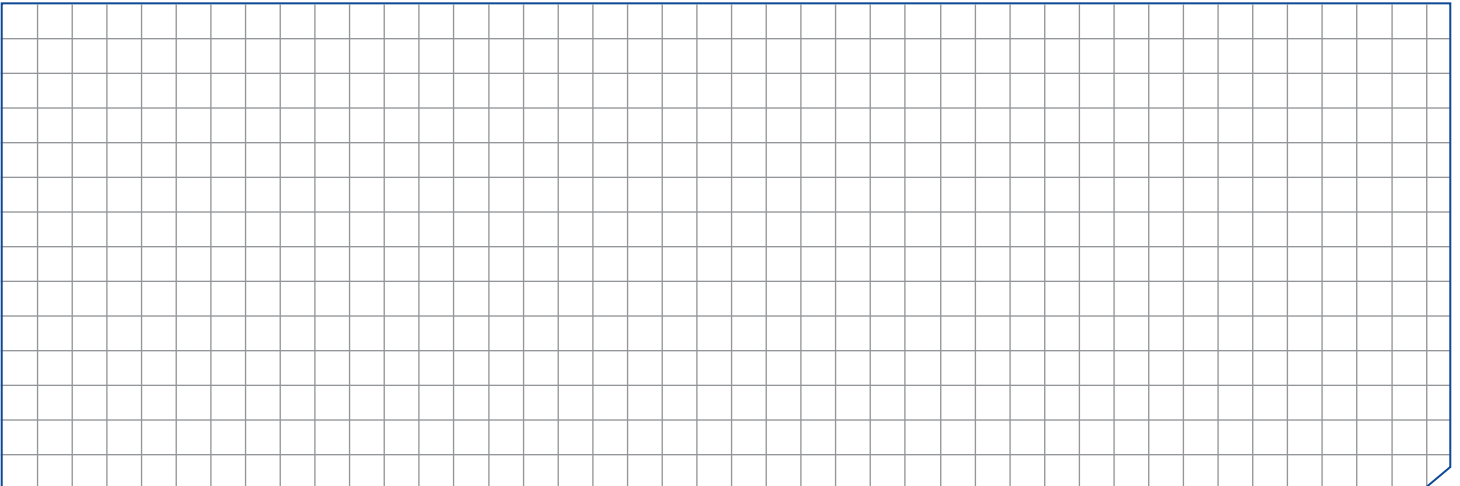
b. ¿Cómo calculaste este desplazamiento? Descríbelo.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

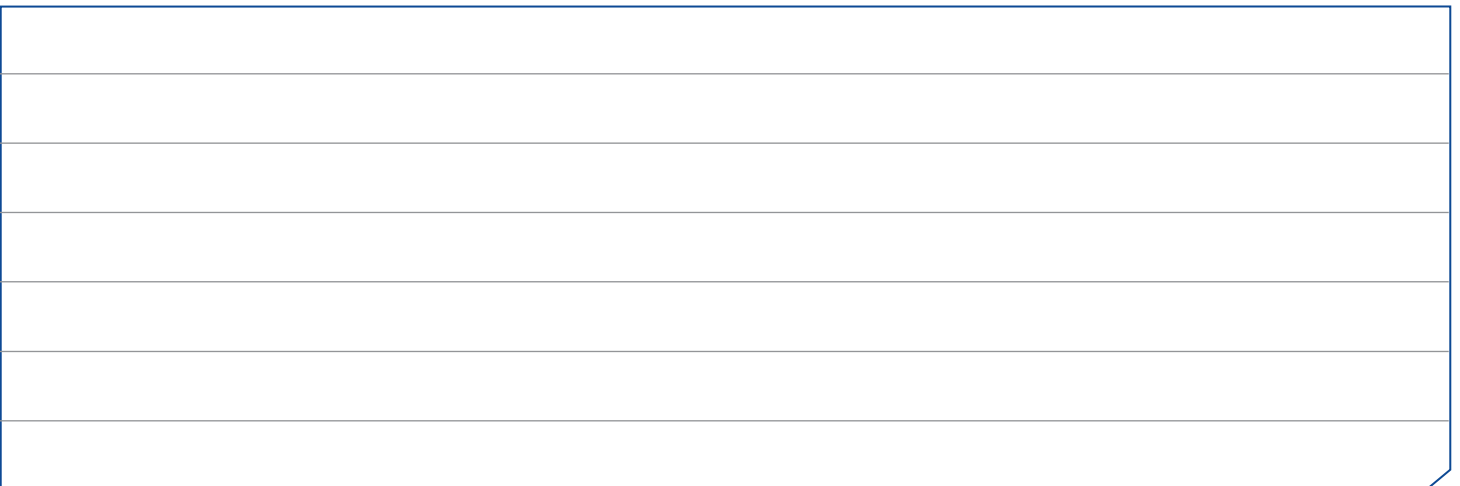
c. Con ayuda de tu profesor escribe un algoritmo algebraico que te ayude a calcular la distancia en esta situación.



d. Determine cuál es la distancia recorrida por un avión que parte de las coordenadas (1500,21500) para llegar a las coordenadas (1500,500) utilizando el mismo algoritmo planteado en el ítem anterior.



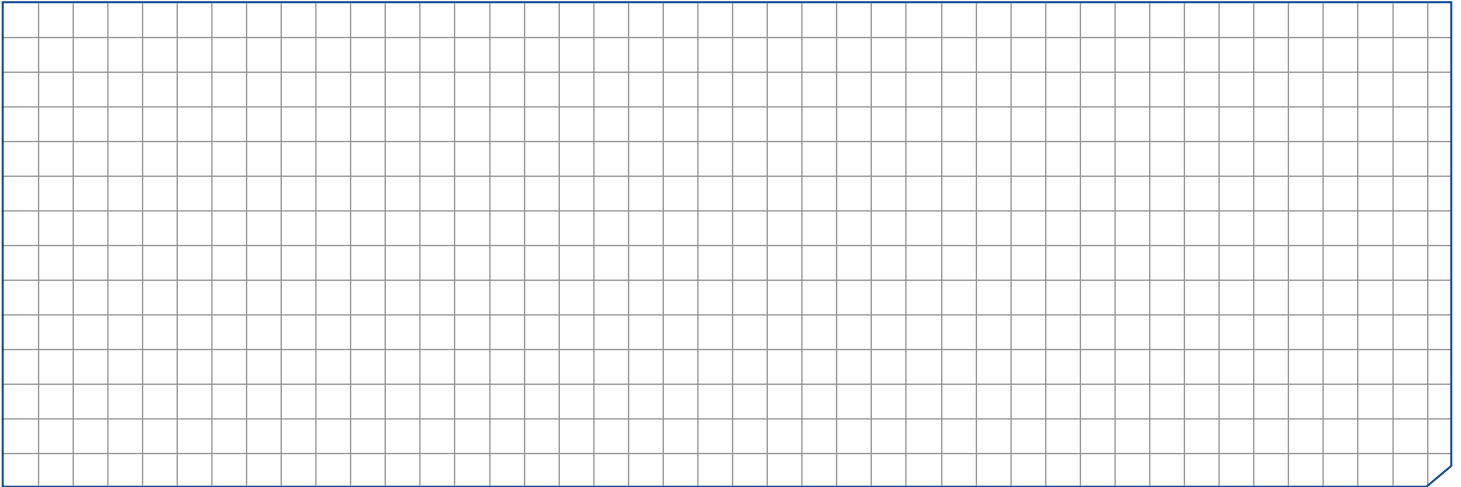
e. ¿El resultado anterior fue exactamente el mismo?, ¿Qué cambio?




El signo que varía en las dos respuestas determina la dirección del trayecto recorrido por el avión, a este resultado se le llama “distancia dirigida”.

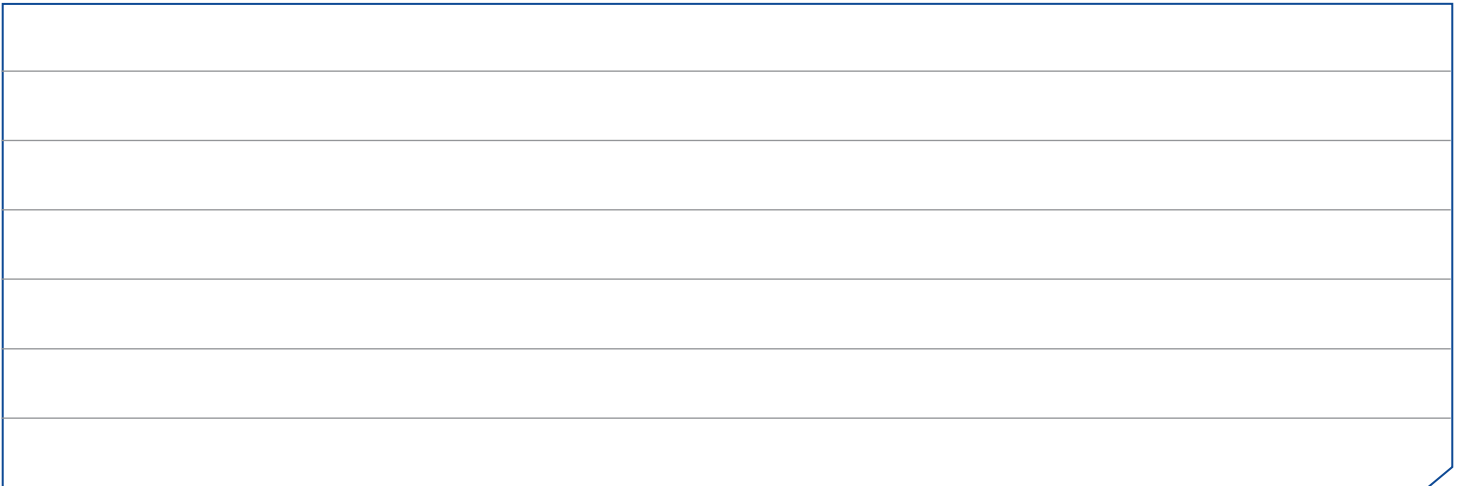
La distancia dirigida nos dice a través de su signo como está ubicado un objeto (en este caso el lugar de llega), con respecto a otro lugar geométrico (representado en este caso como el punto de partida); por otro lado la magnitud de la distancia dirigida es lo que conocemos como distancia; recordemos que la magnitud es el valor absoluto de un número dado.


-  17. Determine cuál es la distancia recorrida por un avión que parte de las coordenadas (500,1500) para llegar a las coordenadas (21500,1500).



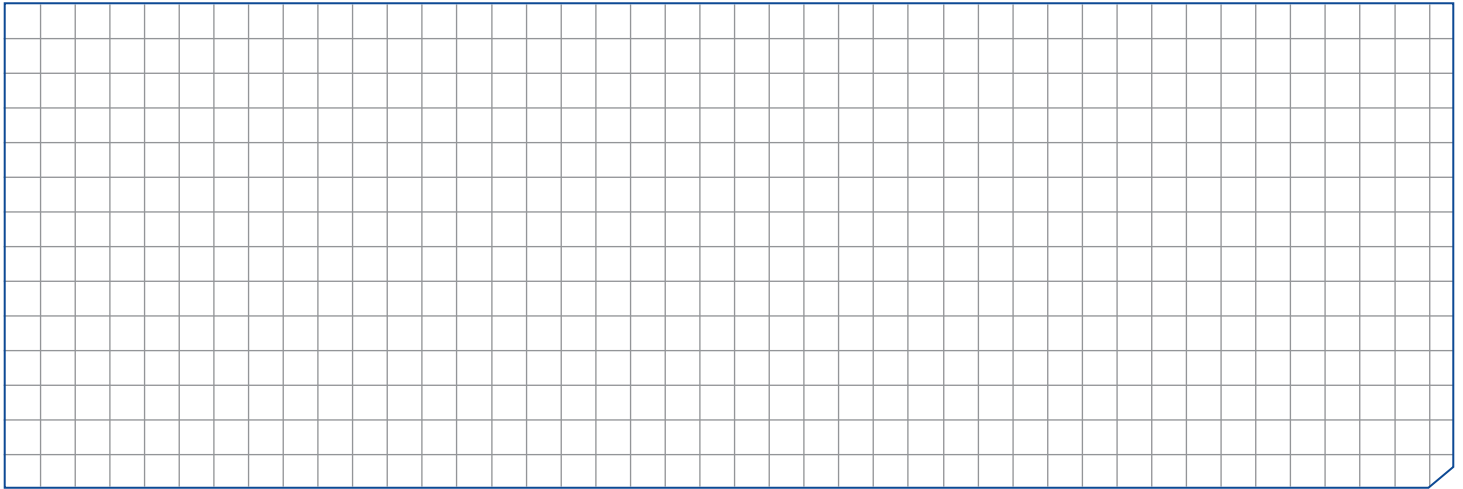
PISTA: Al igual que antes representa el problema en el plano cartesiano.


-  18. ¿Usaste el mismo algoritmo planteado en el desarrollo de los problemas anteriores de esta actividad, si, no?, ¿qué cambió?, ¿por qué crees que puedes (o no) utilizar este algoritmo?

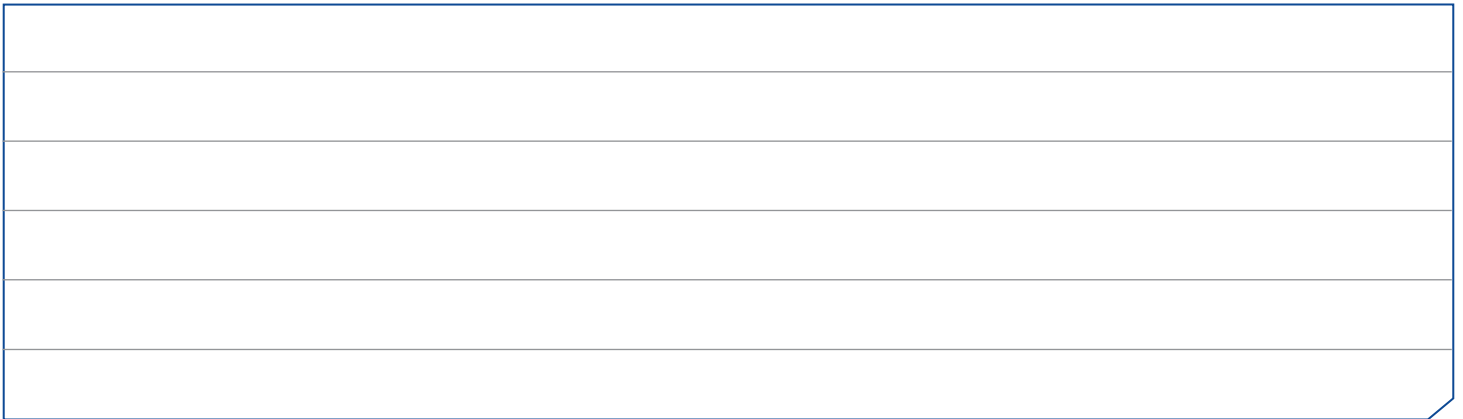


-  19. Con ayuda del docente y con lo visto anteriormente, determina cuál es la distancia recorrida por un avión que parte de las coordenadas (300,100) para llegar a las coordenadas (21500,1500).

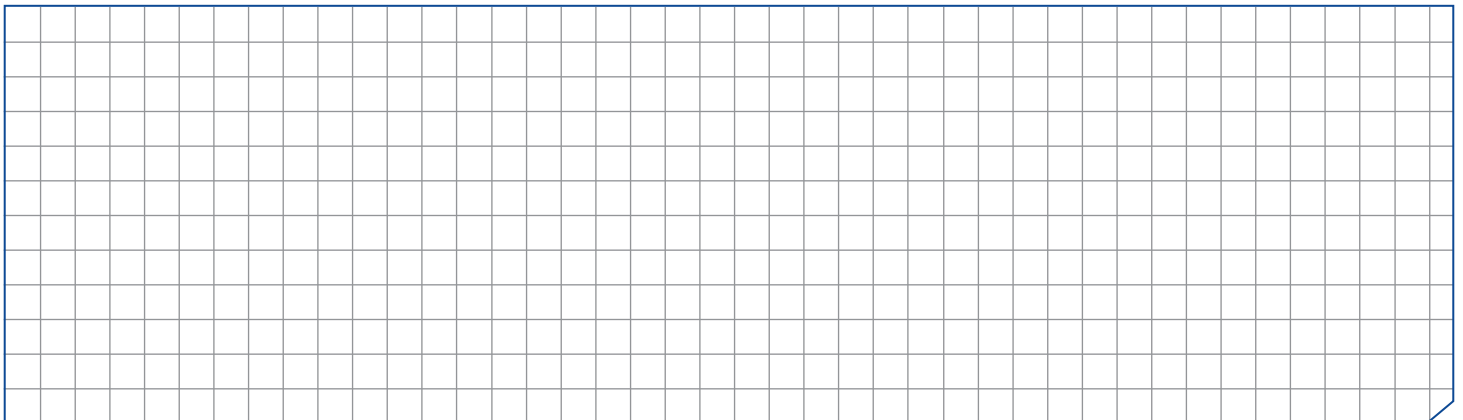
PISTA: Represente primero el problema en un plano cartesiano y utiliza el teorema de Pitágoras



-  20. ¿Usaste el mismo algoritmo con el que soluciono los puntos anteriores, si, no?, ¿por qué crees que puedes (o no) utilizar este algoritmo?




-  21. Con ayuda del docente escribe el algoritmo anterior en términos algebraicos

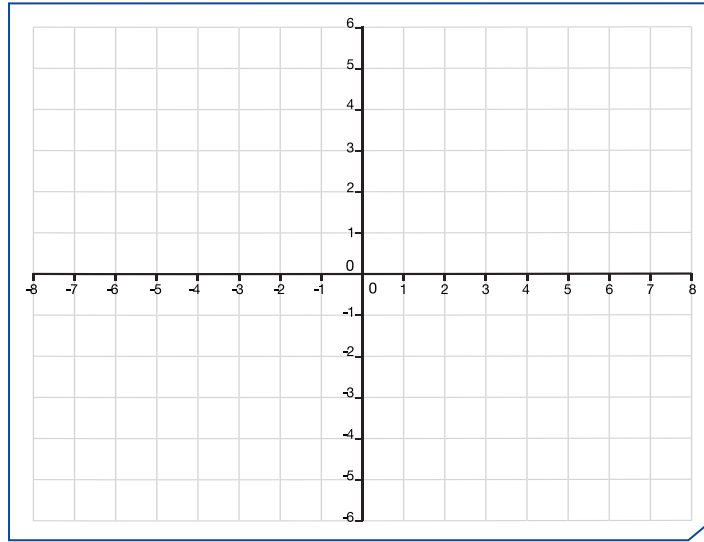


22. Si se desea saber la distancia mínima que debe recorrer un avión que parte de las coordenadas $(3500, 4850)$ a la costa de una playa que está determinada por la ecuación $3(X)+100=Y$ ¿Cómo lo harías? Discute esta pregunta con tus compañeros y con ayuda de tu profesor, formula un algoritmo para dar solución a este tipo de problemas.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |



-  23. Un avión tiene como plan de vuelo hacer paradas en los aeropuertos con coordenadas $A=(2000,3000)$, $B=(3000,4000)$, $C=(2000,5000)$ y $D=(1000,4000)$, en ese orden, luego de llegar al aeropuerto D, el avión retorna al aeropuerto A, grafica en un plano cartesiano los recorridos que hace el avión y la cantidad total de kilómetros recorridos al finalizar el plan de vuelo; luego responde las preguntas que a continuación se presentan.



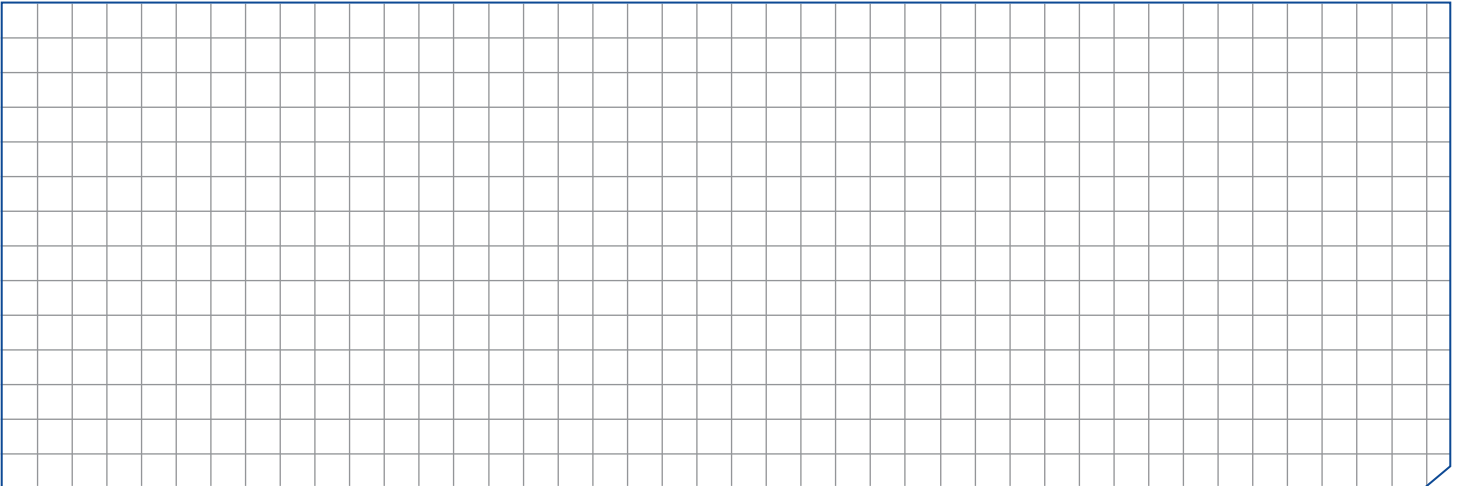
- a. ¿Qué lugar geométrico forman los segmentos que representan el recorrido del avión en el plano cartesiano?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

- b. ¿Qué valor representa la distancia recorrida por él avión en el lugar geométrico?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

- f. Grafica y aplica el anterior algoritmo para calcular el área y perímetro determinados por las siguientes coordenadas (200, 300), (200,400), (500,400), (250,500), (200,400).




Resumen

En el video se muestra a un profesor quien, en medio de una explicación a sus estudiantes señala que lo que se ha hecho en relación a la Geometría Analítica es un trabajo estrechamente ligado a lo que realizó Rene Descartes alrededor del año 1600, en este momento se muestra en un televisor a Rene Descartes quien toma la vocería de la clase, él empieza a explicar que su trabajo en la Geometría Analítica ha tenido muchos frutos, debido a su manera de involucrar la Geometría y el Álgebra para con esto dar respuesta a problemas que lo requieren, además señala la importancia que tuvo para este proceso el haber logrado crear un sistema coordenado de posición.

Rene muestra que en realidad su trabajo se basó en el estudio de figuras geométricas por medio del álgebra utilizando como herramienta mediadora para este proceso el plano cartesiano y el sistema de coordenadas que había propuesto, en todo este proceso el interés que cautivo a Descartes fue el de encontrar propiedades en los lugares geométricos y las ecuaciones que estas propiedades determinaban. Además señala que todo este trabajo tiene un gran impacto en cuanto al desarrollo de las Matemáticas y ha contribuido en otros campos como en la Arquitectura, Arte, geografía...

El video termina con el profesor aclarando que todo eso que Rene Descartes había mencionado fue lo que se realizó dentro de la clase, concluyendo con esto el video.

-  1. Teniendo en cuenta la descripción del video anterior y luego de haberlo visto, responde las siguientes preguntas.

- a. ¿Cuáles fueron los precursores del inicio de la Geometría Analítica?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |


b. ¿Qué estudia la Geometría Analítica?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

c. ¿Qué diferencia la Geometría Habitual de la Geometría Analítica?

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |

 **Tarea**

-  1. Escribe 1 situación problema, en un contexto de la vida real, en la que sea necesario calcular la distancia entre dos puntos.
- 2. Escribe 1 situación problema, en un contexto de la vida real, en la que sea necesario calcular la distancia de un punto a una recta
- 3. Escribe 1 situación problema, en un contexto de la vida real, en la que sea necesario calcular la distancia entre dos rectas.